

и вспомогательные функции. Для более сложных задач требуются различные алгоритмы, включая методы вычислений с погрешностями, методы вычисления производных и т.д. Важно отметить, что в большинстве изложенных выше методов, в том числе и в методе Фурье, предполагается, что исследуемая функция имеет достаточно гладкую форму. Но в реальности это не всегда так. Поэтому для решения задач с неоднородными условиями требуется использовать специальные методы, такие как методы наименьших квадратов, методы наименьших норм и т.д. Важно отметить, что в методах наименьших квадратов, в отличие от метода Фурье, предполагается, что исследуемая функция имеет достаточно гладкую форму. Но в реальности это не всегда так. Поэтому для решения задач с неоднородными условиями требуется использовать специальные методы, такие как методы наименьших квадратов, методы наименьших норм и т.д.

## **К 300-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА**

**ЛЕОНАРД ЭЙЛЕР В РАЗВИТИИ МАТЕМАТИКИ  
И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В РОССИИ<sup>1)</sup>**

**С.С.Демидов**

**1. Петр Великий и начало современной науки в России.** Математика как предмет исследований и математическое образование в современном понимании этих терминов появились в России в результате деятельности Петра Великого. Все связанное с математикой, что было в нашей стране до этого, естественно отнести к средневековой математической культуре<sup>1</sup>. Широко отмечавшееся в 2001 г. 300-летие математического образования в нашей стране было приурочено к трехсотлетней годовщине организации Математико-навигацкой школы в Москве, выдающийся преподаватель которой Л.Ф.Магницкий создал знаменитую «Арифметику» (1703) [1, с.58–71] – ту самую, которую рыбакский сын Михайло Ломоносовнес в своей котомке, направляясь в 1730 г. на учение в Москву. Наиболее важным актом в деле организации науки и научного образования в Российской империи стало создание Петром Академии наук.

Безусловно, умные и, разумеется, доброжелательные советники Императора отговаривали его от этого шага. Существует анекдот, который вполне мог быть и историческим фактом, что некоторые из них советовали начинать насаждение наук и просвещения в государстве с совершенно другого конца: организовать сеть начальных школ, гимназий более высокого уровня, наиболее способных их выпускников отправлять учиться за границу; возвратившиеся впоследствии могут организовать и высшие школы, из которых начнут

<sup>1)</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №08-06-00099а)

выходить ученые. Вот тогда можно думать и об учреждении Академии. Зачем нужна Академия наук, если все ее члены будут приглашены из-за рубежа, ибо своих взять неоткуда — почти все население Империи не умеет ни читать, ни писать. Это одно и то же, говорили мудрые советники, что выстроить водянную мельницу, не подведя к ней вначале воду. Петр Великий, согласно этой легенде, ответствовал так: «Я свой народ знаю. Если действовать так, как вы предлагаете, то ничего никогда и не будет. Вот я мельницу построю, тогда может быть к ней и воду подведут». Проект будущей Академии Петр обсуждал с Г.В.Лейбницем, а 2 февраля (22 января) 1724 г., незадолго до своей кончины, утвердил проект положения об Академии. Свою деятельность Академия начала уже после его смерти — первые ее собрания начались в августе 1725 г. И как показало дальнейшее развитие событий, Петр оказался прав: воду к построенной им мельнице россияне подвели.

Математике Петр I, а также, естественно, и его советник Г.В.Лейбниц придавали особое значение. Поэтому неудивительно, что среди 23 академиков, составивших Академию в первые годы ее существования, 7 оказались математиками. Вот их имена: Я.Герман, Николай и Даниил Бернулли, Х.Гольдбах, Ф.Х.Майер, Г.В.Крафт, Л.Эйлер. Уже сам этот список говорит о многом — вошедшие в него ученые относятся к числу крупнейших математиков XVIII в. Но самое замечательное в нем имя — Леонард Эйлер (1707–1783), 300-летие которого отмечалось в 2007 г.

**2. Приезд Л.Эйлера в Россию.** Эйлер приехал в Санкт-Петербург 24 мая 1727 г. совсем молодым человеком, делавшим в науке первые шаги, и сразу погрузился в работу недавно созданного научного учреждения<sup>2</sup>. Из Петербурга в Берлин он уезжал в 1741 г. уже одним из крупнейших математиков Европы, автором около 55 трудов, в том числе двухтомной «Механики» (1736), содержавшей аналитическое построение динамики точки. Но, что особенно важно для развития математики и математического образования в России — в этот первый петербургский период его творчества в полной мере раскрылось его необычайное педагогическое дарование<sup>3</sup>. Усилиями Л.Эйлера и его учеников и последователей в России была создана эффективная система школьного математического образования, которая стала решающим фактором в процессе становления научных исследований, выдвинувших Россию в XIX в. в число стран, обладающих крупными математическими школами.

**3. Л.Эйлер и Академическая гимназия.** Академия наук, согласно идеям ее создателей, должна была не только проводить научные исследования и реализовывать их практические приложения на нужды государства Российского, но и готовить новое поколение ученых

происходящих уже из российских подданных. Для этого при Академии были учреждены гимназия и университет. Преподавателями в них должны были служить члены Академии, в их числе и Л.Эйлер. Этим своим обязанностям Л.Эйлер отдался со свойственными ему энергией и добросовестностью. По ходу этой деятельности выявился его необычайный педагогический дар.

Работая в учрежденной в 1737 г. Комиссии по улучшению работы Академической гимназии, Л.Эйлер подготовил свой проект системы гимназического образования. В его основу он положил следующие положения [7; 8]. Во-первых, целью обучения в Гимназии провозглашалась подготовка к учебе в Университете<sup>4</sup>. Во-вторых, программа обучения должна строиться таким образом, чтобы учащийся мог прервать обучение, если приобретенные им знания окажутся достаточными для его будущих целей<sup>5</sup>. В-третьих, обучение должно быть бессословным и бесплатным, ибо именно такой подход служит интересам государства. Оптимальной продолжительностью учебы в Гимназии Эйлер считал 10 лет: начинать обучение следует в пять лет, а заканчивать в 15–16.

Математике в системе гимназического образования должно принадлежать особое место: «За языками следуют математические науки, из которых элементарные и наиболее необходимые в обычной жизни должны основательно изучаться в Гимназии. Из их изучения не только каждый извлечет большую пользу, какую бы деятельность он впоследствии не выбрал, но основательный и верный метод преподавания просветит его разум и сделает его способным во всех науках отличать недосказанное от твердо усвоенного, истинное от ложного» (цит. по: [9, с.248]).

С самого начала своей преподавательской деятельности Эйлер начал выделять из математики некоторый базис, который, по его мнению, должен составить основу преподаваемого в школе: это – арифметика, алгебра, геометрия и тригонометрия. Эти разделы и становились классическим набором дисциплин для средней школы и составили содержание так называемой «элементарной математики»<sup>6</sup>.

Особое место в проекте отводилось учебникам, которые должны отвечать требованиям научности<sup>7</sup> и доступности<sup>8</sup>.

И хотя проект представленный Л.Эйлером и не был утвержден, однако, заложенные в нем идеи не остались похороненными. Через посредство его учеников и последователей они были воплощены в системе российского математического образования, в строительстве которой, осуществлявшемся в ходе реформ Александра I, они (С.Л.Румовский, Н.И.Фусс и др.) принимали деятельное участие.

**4. Л.Эйлер и учебники математики.** Создание учебной литературы стало одним из приоритетов деятельности Л.Эйлера и его учеников. Сам Эйлер написал цитировавшееся нами выше «Руководство к арифметике для употребления в гимназии при Императорской Академии наук» [10] (вышло в двух томах в Санкт-Петербурге по-немецки в 1738–1740 гг. и по-русски в 1740–1760 гг.). Наконец, в 1768–1769 гг. в том же Санкт-Петербурге появилась в русском переводе его двухтомная «Универсальная арифметика» (немецкий оригинал увидел свет в 1770 г.) – лучшее из имевшихся тогда в Европе руководств по алгебре, сочетавшее в себе, как и в большинстве книг Л.Эйлера, качества научной монографии и учебника.

Книга эта, однако, сложна для восприятия школьника. Ее адаптированным вариантом стала переработка, выполненная его учеником и помощником Н.И.Фуссом, увидевшая свет первоначально по-французски в 1783 г. В 1799 она появилась по-русски под названием: «Начальные основания алгебры, выбранные из алгебры Леонарда Эйлера». Этой книгой была заложена русская традиция учебников по алгебре, продолжавшаяся вплоть до знаменитой «Алгебры» А.П.Киселева, обучение по которой осуществлялось до 60-х гг. XX столетия [11].

Н.И.Фуссу принадлежат также учебники по геометрии («Геометрия в пользу и употребление обучающегося благородного юношества в Сухопутном шляхетском корпусе» (СПб., 1799)) и плоской тригонометрии («Начальные основания плоской тригонометрии» (СПб., 1804)), нашедшие широкие применения в русской школе.

Как известно, современная форма изложения тригонометрии принадлежит Л.Эйлеру. Сам Эйлер изложения тригонометрии, приспособленного для нужд школы, так и не дал. Сделал это впервые его ученик М.Е.Головин в книге «Плоская и сферическая тригонометрия с алгебраическими доказательствами» (СПб., 1789). Подобного изложения тригонометрии в других странах пришлось ждать еще многие годы.

М.Е.Головину принадлежат также получившие значительное распространение учебники по арифметике («Руководство к арифметике для употребления в народных училищах» (СПб., 1786. Ч.1–2.)) и геометрии («Краткое руководство к геометрии для народных училищ» (СПб., 1786)).

Ученики и последователи Л.Эйлера – С.К.Котельников, Н.Г.Курганов, С.Я.Румовский, Н.И.Фусс, М.Е.Головин – создали корпус превосходной по тем временам учебной литературы<sup>9</sup> (некоторые из их сочинений упомянуты выше), в значительной мере определившей тот мощный рывок в области математики, который был совершен в России в первой половине XIX столетия (Н.И.Лобачевский, М.В.Остроградский, молодой П.Л.Чебышев). Их целенаправленные

многолетняя деятельность позволяет говорить о «методической школе» Л.Эйлера (термин Т.С.Поляковой), которая составила органическую часть его математической школы (здесь еще следует добавить И.-А.Эйлера, А.И.Лекселя, Ф.И.Шуберта, С.Е.Гурьева) – первой математической школы в истории России.

**5. Создание в России системы народного образования.** На годы активной деятельности учеников Л.Эйлера пришла пора реформ Александра I, в том числе упомянутых нами реформ в области образования. В результате этих реформ была создана *система народного образования*. Вершиной этой системы стало организованное в 1802 г. Министерство народного просвещения. Вся территория Империи была поделена на шесть образовательных округов. Головной организацией (этот термин заимствован нами уже из другой эпохи – из реалий советской истории) в каждом из округов стал университет. В его подчинении оказывались гимназии, которые должны были быть созданы в каждом губернском городе, входящем в округ. А уже в подчинении гимназий оказывались училища, которые открывались в каждом уездном городе. Так как на территории Империи существовал к этому времени один единственный университет – Московский, основанный в 1755 г., то императорскими указами были учреждены университеты в Дерпте (1802), в Вильно (1803)<sup>10</sup>, в Харькове и Канни (1805). В Санкт-Петербурге систему учебных заведений округа возглавил основанный в 1804 г. Педагогический институт (университет в столице был основан лишь в 1819 г.).

Координационную работу в рамках всей системы народного образования (программы, учебники, кадры и др.) осуществляло Министерство, в котором было организовано Главное управление училищ. В это управление вошли ученики Л.Эйлера С.Я.Румовский и Н.И.Фусс, которые и ведали математическим образованием на просторах Империи. Под их контролем и с их участием формировались школьные программы по математике, они оценивали качество учебных руководств. Им и их сотрудникам Россия была в значительной мере обязана достаточно высоким уровнем математической подготовки гимназистов.

Велико было влияние эйлеровской школы на деятельность университетов. Самым замечательным примером может служить работа С.И.Румовского в качестве попечителя Казанского округа. Решая вопрос о корпоре профессоров по физико-математическим наукам в основанном Казанском университете Румовский, использовав свои широкие знакомства и связи, сумел привлечь из европейских университетов таких замечательных педагогов как друг и учитель К.Ф.Гаусс М.Ф.Бартельс, известный астроном И.А.Литтров, физик И.Врондер, математик К.Ф.Реннер. В итоге уже первый университетский выпуск дал миру одного из крупнейших геометров XIX в. Н.Лобачевского.

**4. Л.Эйлер и учебники математики.** Создание учебной литературы стало одним из приоритетов деятельности Л.Эйлера и его учеников. Сам Эйлер написал цитировавшееся нами выше «Руководство к арифметике для употребления в гимназии при Императорской Академии наук» [10] (вышло в двух томах в Санкт-Петербурге по-немецки в 1738–1740 гг. и по-русски в 1740–1760 гг.). Наконец, в 1768–1769 гг. в том же Санкт-Петербурге появилась в русском переводе его двухтомная «Универсальная арифметика» (немецкий оригинал увидел свет в 1770 г.) – лучшее из имевшихся тогда в Европе руководств по алгебре, сочетавшее в себе, как и в большинстве книг Л.Эйлера, качества научной монографии и учебника.

Книга эта, однако, сложна для восприятия школьника. Ее адаптированным вариантом стала переработка, выполненная его учеником и помощником Н.И.Фуссом, увидевшая свет первоначально по-французски в 1783 г. В 1799 она появилась по-русски под названием: «Начальные основания алгебры, выбранные из алгебры Леонарда Эйлера». Этой книгой была заложена русская традиция учебников по алгебре, продолжавшаяся вплоть до знаменитой «Алгебры» А.П.Киселева, обучение по которой осуществлялось до 60-х гг. XX столетия [11].

Н.И.Фуссу принадлежат также учебники по геометрии («Геометрия в пользу и употребление обучающегося благородного юношества в Сухопутном шляхетском корпусе» (СПб., 1799)) и плоской тригонометрии («Начальные основания плоской тригонометрии» (СПб., 1804)), нашедшие широкие применения в русской школе.

Как известно, современная форма изложения тригонометрии принадлежит Л.Эйлеру. Сам Эйлер изложения тригонометрии, приспособленного для нужд школы, так и не дал. Сделал это впервые его ученик М.Е.Головин в книге «Плоская и сферическая тригонометрия с алгебраическими доказательствами» (СПб., 1789). Подобного изложения тригонометрии в других странах пришлось ждать еще многие годы.

М.Е.Головину принадлежат также получившие значительное распространение учебники по арифметике («Руководство к арифметике для употребления в народных училищах» (СПб., 1786. Ч.1–2.)) и геометрии («Краткое руководство к геометрии для народных училищ» (СПб., 1786)).

Ученики и последователи Л.Эйлера – С.К.Котельников, Н.Г.Курганов, С.Я.Румовский, Н.И.Фусс, М.Е.Головин – создали корпус превосходной по тем временам учебной литературы<sup>9</sup> (некоторые из их сочинений упомянуты выше), в значительной мере определившей тот мощный рывок в области математики, который был совершен в России в первой половине XIX столетия (Н.И.Лобачевский, М.В.Остроградский, молодой П.Л.Чебышев). Их целенаправленные

многолетняя деятельность позволяет говорить о «методической школе» Л.Эйлера (термин Т.С.Поляковой), которая составила организационную часть его математической школы (здесь еще следует добавить И.-А.Эйлера, А.И.Лекселя, Ф.И.Шуберта, С.Е.Гурьева) – первой математической школы в истории России.

**5. Создание в России системы народного образования.** На годы активной деятельности учеников Л.Эйлера пришла пора реформ Александра I, в том числе упомянутых нами реформ в области образования. В результате этих реформ была создана *система народного образования*. Вершиной этой системы стало организованное в 1802 г. Министерство народного просвещения. Вся территория Империи была поделена на шесть образовательных округов. Головной организацией (этот термин заимствован нами уже из другой эпохи – из реалий советской истории) в каждом из округов стал университет. В его подчинении оказывались гимназии, которые должны были быть созданы в каждом губернском городе, входящем в округ. А уже в подчинении гимназий оказывались училища, которые открывались в каждом уездном городе. Так как на территории Империи существовал к этому времени один единственный университет – Московский, основанный в 1755 г., то императорскими указами были учреждены университеты в Дерпте (1802), в Вильно (1803)<sup>10</sup>, в Харькове и Канни (1805). В Санкт-Петербурге систему учебных заведений округа возглавил основанный в 1804 г. Педагогический институт (университет в столице был основан лишь в 1819 г.).

Координационную работу в рамках всей системы народного образования (программы, учебники, кадры и др.) осуществляло Министерство, в котором было организовано Главное управление училищ. В это управление вошли ученики Л.Эйлера С.Я.Румовский и Н.И.Фусс, которые и ведали математическим образованием на просторах Империи. Под их контролем и с их участием формировались школьные программы по математике, они оценивали качество учебных руководств. Им и их сотрудникам Россия была в значительной мере обязана достаточно высоким уровнем математической подготовки гимназистов.

Велико было влияние эйлеровской школы на деятельность университетов. Самым замечательным примером может служить работа С.И.Румовского в качестве попечителя Казанского округа. Решая вопрос о корпусе профессоров по физико-математическим наукам в создаваемом Казанском университете Румовский, использовав свои широкие знакомства и связи, сумел привлечь из европейских университетов таких замечательных педагогов как друг и учитель К.Ф.Гаусс М.Ф.Бартельс, известный астроном И.А.Литтров, физик И.Броунер, математик К.Ф.Реннер. В итоге уже первый университетский выпуск дал миру одного из крупнейших геометров XIX в. Н.Лобачевского.

**6. Леонард Эйлер и начало математических исследований в России.** Разумеется, если говорить о влиянии деятельности Эйлера и его школы на развитие математических исследований в России, то оно проявилось, прежде всего, опосредствованным образом: через созданную ими эффективную систему математического образования, в первую очередь, среднего<sup>11</sup>.

Прямое влияние идей Л.Эйлера на исследования ученых, выросших непосредственно на российской почве (если не считать оригинальных математических работ С.К.Котельникова, М.Софронова, С.Я.Румовского, И.-А.Эйлера, А.И.Лекселя, Н.И.Фусса, Ф.И.Шуберта, С.Е.Гурьева (о них см.: [1]), которые, однако, не выходили на уровень сколь-нибудь сравнимый с эйлеровским), стало возможным только тогда, когда в российских университетах выросло поколение математиков, способных воспринимать и развивать эти идеи. Наиболее ярким проявлением такого влияния стало рождение чебышевской школы теории чисел.

Принимая во внимание прикладную направленность гения П.Л.Чебышева, его сугубый прагматизм, можно было бы лишь удивляться появившейся у него заинтересованности лишенными приложений проблемами теории чисел, если не знать обстоятельств, при которых это произошло. Высоко одаренный амбициозный молодой математик, приехавший из Москвы завоевывать столицу, получил предложение от академика В.Я.Буняковского работать над изданием теоретико-числовых трудов Л.Эйлера. Предложение было заманчивым – оно вводило молодого человека в круг наиболее влиятельных столичных математиков, в том числе членов Академии, создавая предпосылки для успешной математической карьеры. Включившись в работу, П.Л.Чебышев соприкоснулся с гением Л.Эйлера и увлекся задачами теории чисел. Так в чебышевской школе – одной из важнейших математических школ XIX – начала XX вв. – определилось одно из главных ее направлений, противоречащее всему духу петербургской математики того времени. Направление, отмеченное высочайшими достижениями самого П.Л.Чебышева, а также А.Н.Коркина, Е.И.Золотарева, А.А.Маркова, В.Я.Успенского [12].

Таким образом, благодаря влиянию трудов Леонарда Эйлера, был существенным образом расширен диапазон исследований Петербургской математической школы, преодолена ограниченность интересов ее представителей исключительно задачами, имевшими приложения.

**7. Л.Эйлер – математик и педагог.** Так уж случилось, что Л.Эйлер объединил в одном лице крупнейшего математика своего времени и выдающегося педагога. Свои книги он писал таким образом, что вдумчивый читатель мог без особого труда овладеть достаточно сложными математическими вопросами<sup>12</sup>. Ученый, перегруженный работой, он не жалел времени на решение задач чисто

дидактических. Как сказал 23 октября 1783 г. в своей «Похвальной речи покойному Леонарду Эйлеру» Н.И.Фусс: «...великий геометр не вменял себе за унижение трудиться над сочинением, которое было ниже сил его, но важно по намерению, с которым было написано» [13, с.358]. Именно Л.Эйлер и его ученики положили начало традиции, живущей в России по сию пору: пристального внимания математической элиты к проблемам школьного математического образования. Традиция эта<sup>13</sup> отмечена именами величайших российских математиков – Н.И.Лобачевского, П.Л.Чебышева, А.Н.Колмогорова. Проблемам средней школы был отведен в XIX столетии специальный раздел журнала «Математический сборник», они живо обсуждались на математической секции Всероссийских съездов естествоиспытателей и врачей, собиравших как представителей академической и университетской науки, так и преподавателей средней школы. В XX в. в старейшем Московском математическом обществе была учреждена и с успехом действует поныне специальная секция средней школы. В Российской академии наук функционирует специальная Комиссия по вопросам математического образования в средней школе.

Гений Л.Эйлера определил основные направления и границы, в которых развивалось математическое образование в России на протяжении последующих двух столетий. Системообразующими дисциплинами школьного образования стали арифметика, алгебра, геометрия и тригонометрия. Ее направляющим ориентиром – понятие функции и выработка у учащихся того мышления, которое впоследствии называли функциональным. Этот ориентир поначалу лишь угадывался в знаменитой его трилогии: «Введение в анализ бесконечных», «Дифференциальное исчисление», «Интегральное исчисление» (об этой трилогии см., например: [1]), ставшей для нескольких поколений учащихся введением в мир большой математики. В этой трилогии зачастую еще в зачаточной форме содержались основные идеи «высшей математики» XIX – первой половины XX вв. Школьная математика, по замыслу Л.Эйлера, должна была готовить к вступлению в этот мир. В соответствии с этой задачей он сам и его ученики начали выстраивать систему школьного математического образования – программы, учебники. Эта система, подвергнутая ряду корректировок, наиболее серьезной из которых стала реформа школьного математического образования конца XIX – начала XX вв. (Ф.Клейн, Меранская программа, Российская подкомиссия по реформе школьного математического образования – см.: [14, лекция 12]), нацеленная на воспитание у учащегося функционального мышления, просуществовала до середины XX в. В это время в математическом сообществе (круг Н.Бурбаки, А.Н.Колмогоров и др.) начало проявляться ощущение необходимости фундаментального реформирования математического образования с целью приближения его содержания к реалиям

Конец ознакомительного фрагмента

Уважаемый читатель!

Размещение полного текста данного произведения  
невозможно в связи с ограничениями по IV части ГК РФ

Эту книгу вы можете прочитать  
в Оренбургской областной универсальной  
научной библиотеке им. Н. К. Крупской  
по адресу: г. Оренбург, ул. Советская, 20  
тел. для справок: (3532) 77-08-50

